Electrónica Digital 1

Lógica combinacional -álgebra de boole

Ferney Alberto Beltrán Molina

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Marzo 2020

Contacto

Nombre: Ferney Alberto Beltrán Molina, Ing, MSc, PhD(c)
Email: fabeltranm@unal.edu.co
oficina: Centro de Investigación e Innovación

Contenido

Índice

Tipos de sistema de numeración

1. Sistema Hexadecimal
2. Sistema Decimal
3. Sistema Octal
4. Sistema binario

Ejm: 123 en base 10

(pesos)	1 10^2	2 10^1	3 10^0
123_{10} =	$1 * 10^2 + 2 * 10^1 + 3 * 10^0$		
123_{10} =	$7B_{16}$		
123_{10} =	173_8		
123_{10} =	111101_2		

¿Cuantos símbolos tiene cada sistema ?
¿cómo es la conversión de un sistema de numeración a otro?

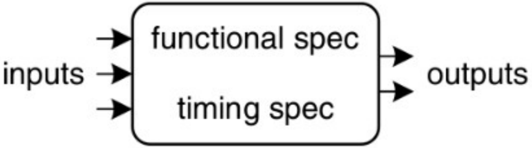
Índice

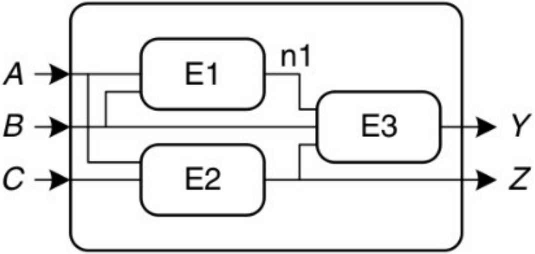
caja negra / caja funcional

En electrónica digital, un circuito es una sistema que procesa variables discretas, y se representa por:

- Uno o más terminales de entrada discretas.
- Uno o más terminales de salida de valor discreto.
- Especificación funcional que describe la relación entre las entradas y las salidas
- Especificación de tiempo que describe el retardo entre el cambio de las entradas y resultados que se reflejan en la salida

caja negra / caja funcional





Tipos de circuitos digitales

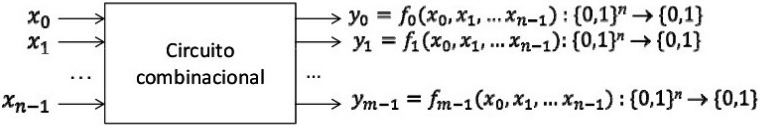
- **Circuitos combinacionales**

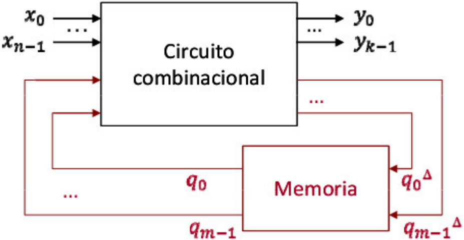
Las salidas del circuito en cada instante de tiempo dependen única de los valores de entrada. combina los valores de entrada en un intante de tiempo para calcular la salida

- **Circuitos secuenciales.**

Las salidas del circuito secuencial dependen tanto de los valores actuales como de los anteriores de las entradas; en otras palabras, depende de la secuencia de entrada.

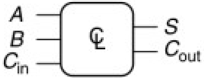
Tipos de circuitos digitales



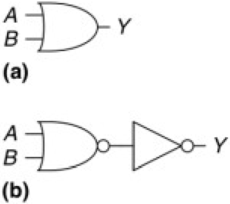


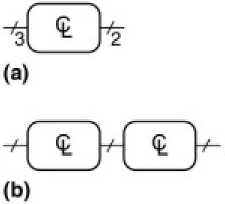
ejemplo

$$Y = F(A, B) = A + B$$

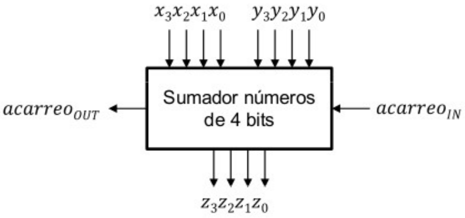


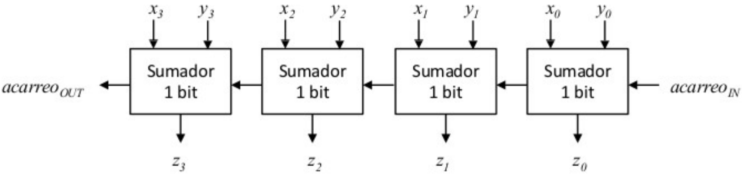
$$S = A \oplus B \oplus C_{in}$$
$$C_{out} = AB + AC_{in} + BC_{in}$$



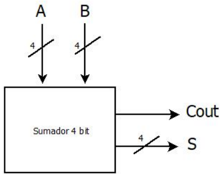


Sumador 4bit

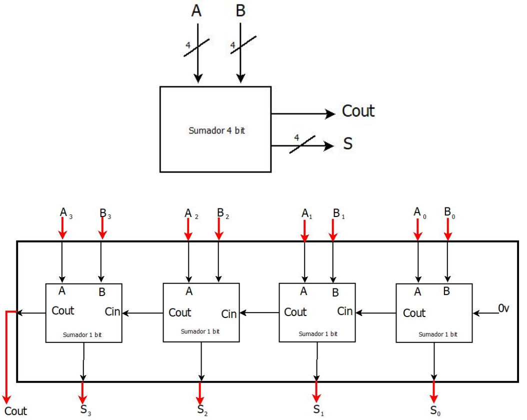




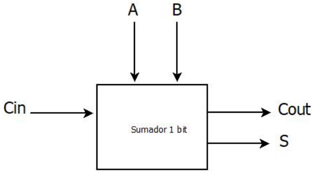
Sumador a partir de tablas de verdad

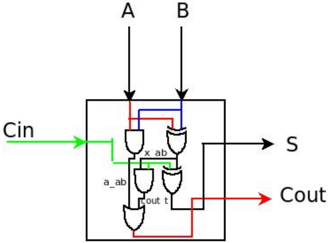


Sumador 4BCC a partir de tablas de verdad



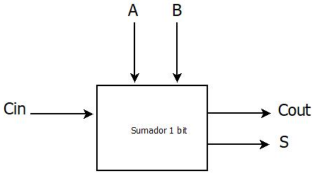
Sumador 1B a partir de tablas de verdad



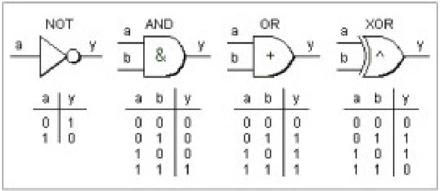


A	B	Cin	Cout	Out
0	0	0	0	0
0	0	1		
0	1	0		
0	1	1		
1	0	0		
1	0	1		
1	1	0		
1	1	1	1	1

Sumador 1B a partir de tablas de verdad



A	B	Cin	Out	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



NOT

a	y
0	1
1	0

AND

a	b	y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

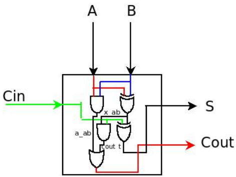
OR

a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

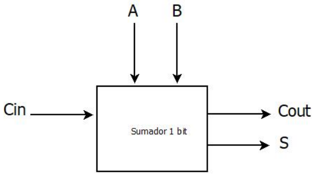
XOR

a	b	y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

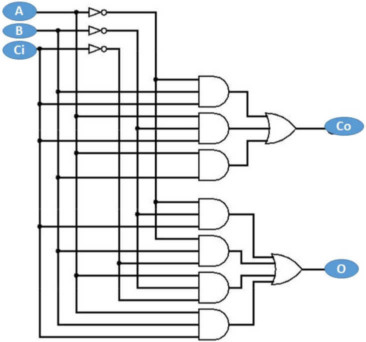
ÁLGEBRA DE BOOLE



A partir de puertas lógicas



A	B	Cin	Out	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1



Índice

Álgebra de Boole Postulados

- Conjunto finito de elementos sobre el cual se han definido dos operaciones: suma y producto

$$B = \{0, 1\}, operación+, operación-$$

P1 - $\forall a, b \in B, \quad a + b \in B \text{ y } a \cdot b \in B$

P2 - $\forall a \in B, \quad a + 0 = a, \quad a \cdot 1 = a$

P3 - $\forall a \in B, \exists \overline{a} \in B \mid a + \overline{a} = 1, \quad a \cdot \overline{a} = 0$

P4 - $a + b = b + a, \quad a \cdot b = b \cdot a$

P5 - $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)$

Álgebra de Boole Postulados

P1 - $\forall a,b \in B, \quad a+b \in B \text{ y } a \cdot b \in B$

P2 - $\forall a \in B, \quad a+0=a, \quad a \cdot 1 = a$

P3 - $\forall a \in B, \exists \overline{a} \in B \mid a+\overline{a}=1, \quad a \cdot \overline{a} = 0$

P4 - $a+b=b+a, \quad a \cdot b = b \cdot a$

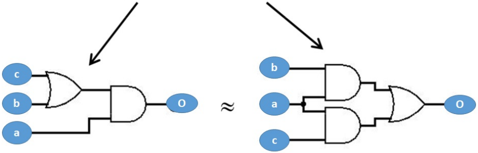
P5 - $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c, \quad a + b \cdot c = (a+b) \cdot (a+c)$

AND	$x_1 \bullet x_2$ (Also $x_1 x_2$)
OR	$x_1 + x_2$
NOT	$x_1{}'$
Exclusive-OR	$(x_1 x_2{}') + (x_1{}' x_2)$

- Las operaciones $+$ y * son internas
- Existe un elemento neutro para cada operación
- Existencia del elemento inverso
- Las operaciones son conmutativas
- Las operaciones son distributivas

Álgebra de Boole vs puertas lógicas

$$a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c,$$



$$a + b \cdot c = (a + b) \cdot (a + c)$$

Álgebra de Boole propiedades

1 - Elemento inverso, $\overline{0}=1, \quad \overline{1}=0$

2 - Idempotencia, $a+a=a, \quad a\cdot a=a$

3 - Involución, $\overline{\overline{a}}=a$

4 - Asociatividad, $a+(b+c)=(a+b)+c, \quad a\cdot(b.c)=(a.b).c$

5 - Absorción, $a+a.b=a, \quad a\cdot(a+b)=a$

6 - (sin nombre), $a+\overline{a}.b=a+b, \quad a\cdot(\overline{a}+b)=a.b$

7 - de Morgan, $(\overline{a+b})=\overline{a}.\overline{b}, \quad \overline{a.b}=\overline{a}+\overline{b}$

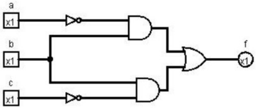
8 - de Morgan generalizada, $(\overline{a_1+a_2+\ldots+a_n})=\overline{a_1}.\overline{a_2}\ldots\overline{a_n}, \quad \overline{a_1.a_2\ldots a_n}=\overline{a_1}+\overline{a_2}+\ldots+\overline{a_n}$

Funciones Booleanas - Tablas de Verdad

- Toda función booleana puede representarse explícitamente por una tabla de verdad
- Dada una tabla de verdad se puede encontrar su función Booleana (literal, MINTERM)
- Toda función booleana puede representarse de una manera única como la suma de sus minterms (Representación canónica)

a	b	c	$f(a,b,c)$
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

$$f(a,b,c) = \Sigma(m_2, m_3, m_6)$$
$$f(a,b,c) = \bar{a}.b.\bar{c} + \bar{a}.b.c + a.b.\bar{c}$$



$$f(a,b,c) = \bar{a}.b.\bar{c} + \bar{a}.b.c + a.b.\bar{c} =$$
$$= \bar{a}.b(\bar{c} + c) + b.\bar{c}.(\bar{a} + a) = \bar{a}.b + b.\bar{c}$$

```
if ((b=1 and c=0) or (a=0 and b=1)) then f=1;
        else f=0;
end if;
```

puertas lógicas OR AND

		OR	AND
A	B	A + B	A*B
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	1

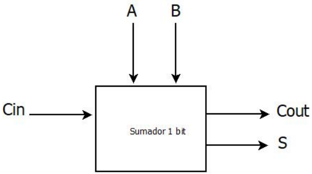
puertas lógicas NOR NAND

A	B	NOR $\overline{A+B}$	NAND $\overline{A*B}$
0	0	1	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	0	0

EJERCICIO- COMPLEMENTEN LA TABLA DE VERDAD

A	B	$\overline{A}$	$\overline{B}$	S1 $\overline{A}+\overline{B}$	S2 $\overline{A}*\overline{B}$
0	0	1	1		
0	1	1	0		
1	0	0	1		
1	1	0	0		

A partir de puertas lógicas MINTERMINOS



A	B	Cin	Out	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

A partir de puertas lógicas Función booleana para OUT

A	B	Cin	Out	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

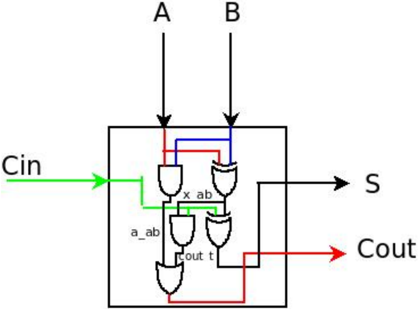
A partir de puertas lógicas Función booleana para OUT

A	B	Cin	Out	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

Out$= \overline{AB}Ci + \overline{A}B\overline{Ci} + A\overline{BCi} + ABCi$

Reducir términos Función booleana para OUT

Out= $\overline{AB}Ci + \overline{A}B\overline{Ci} + A\overline{BCi} + ABCi$



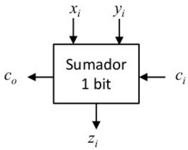
A	B	Out
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Ejercicio: A partir de puertas lógicas Función booleana para Cout

A	B	Cin	Out	Cout
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

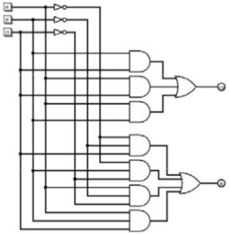
Funciones Booleanas - Ejemplo

▸ $Descripción Funcional$ ▸ $Tabla de Verdad$ ▸ $función(s) Booleana(s)$ ▸ $Circuito Digital$




```
s <= x_i + y_i + c_i;
if s = 0 then z_i <= 0; c_o = 0;
        elsif s = 1 then z_i <= 1; c_o <= 0;
                elsif s = 2 then z_i <= 0; c_o <= 1;
                        else z_i <= 1; c_o <= 1;
                end if;
        end if;
end if;
```

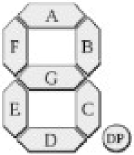
x_i	y_i	c_i	c_o	z_i
0	0	0	0	0
0	0	1	0	1
0	1	0	0	1
0	1	1	1	0
1	0	0	0	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1



$$c_o = y.\,c_i + x.\,c_i + x.\,y$$

$$z = \bar{x}.\bar{y}.\,c_i + \bar{x}.\,y.\bar{c_i} + x.\,\bar{y}.\bar{c_i} + x.\,y.\,c_i$$

Funciones Booleanas - Ejemplo BCD2SSEG



x3	x2	x1	x0	a	b	c	d	e	f	g
0	0	0	0	1	1	1	1	1	1	0
0	0	0	1	0	1	1	0	0	0	0
0	0	1	0	1	1	0	1	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1	1	0	0	1
0	1	0	0	0	1	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	1	0	1	1
0	1	1	0	1	0	1	1	1	1	1
0	1	1	1	1	1	1	0	0	0	0
1	0	0	0	1	1	1	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0							
1	0	1	1							
1	1	0	0							
1	1	0	1							
1	1	1	0							
1	1	1	1							

PREGUNTAS